УРАВНЕНИЕ ДВИЖЕНИЯ НЕЛИНЕЙНОЙ ПОРОУПРУГОЙ СРЕДЫ

Гончарук В.А. *, Кухаренко Ю.А. **, Сбойчаков А.М. **
 (* - МГУ, ** - ИФЗ РАН)

В работе выведены нелинейные уравнения движения для случайно-неоднородной упругой среды.

Как результат мы можем получить закон дисперсии упругой волны, то есть связь частоты и волнового вектора, содержащие скорости продольного и поперечного звуков. Существенно, что эти скорости будут зависеть от приложенного статического тензора деформаций. Таким образом, меняя этот тензор, можно влиять на распространение сигнала в нелинейной среде. Это позволяет поставить и решить обратную задачу по определению параметров среды через измеренные на опыте скорости поперечной и продольной акустических волн.

Полученные результаты представляются полезными при прогнозировании землетрясений и анализа нефтяных резервуаров.

Метод и результаты

В данной работе нами использовалось уравнение движения упругой среды в модели Ландау-Лифшица:

$$\rho \frac{\partial^2}{\partial t^2} \hat{u}_i = \frac{\partial \hat{\sigma}_{ik}}{\partial x_k} + f_i \quad (1)$$

где ρ - плотность, f_i - внешнее воздействие,

$\hat{u}_i$ - компоненты деформации, $\hat{\sigma}_{ik}$ - тензор напряжений. Знаки “^” над переменными означают случайный характер их поведения.

Далее мы используем технику, описанную в [1], и получаем выражение тензора напряжений через производные деформации по пространственным координатам. Таким образом, уравнение (1) сводится к уравнению в частных производных для u .

Рассматриваемая деформация представляется в виде

$$\tilde{u}(x, t) = u^0(x) + u^1(x, t) + \tilde{u}^1(x, t),$$

т.е. разбивается на статическую и динамическую случайную составляющую, в которой в свою очередь выделяется среднее и колебание с нулевым математическим ожиданием.

Далее мы получили и линеаризовали уравнения для среднего динамической составляющей - $u^1(x, t)$, но в этих уравнениях участвовали случайные величины.

Для описания случайного характера среды нами использовался скалярный параметр порядка $\eta(\vec{x})$, принимающий значение 1, если точка $\vec{x}$ принадлежит матрице, и равный 0, если точка $\vec{x}$ находится внутри или на границе включения.

Параметры среды мы представляем в виде суммы их средних значений и возмущений.

Кроме того, мы переходим к рассмотрению задачи о нахождении обобщенного решения G , для которого мы получили следующий ряд:

$$\hat{G} = G_0 + G_0 \hat{V} G_0 + G_0 \hat{V} G_0 \hat{V} G_0 + \dots \quad (2)$$

На данном этапе мы ставим перед собой цель найти средние характеристики $\langle \hat{G} \rangle$. Нахождение средней функции Грина дает возможность найти средние деформации.

Осреднение ряда (2) мы проводим при помощи диаграммной техники Фейнмана и в частности пользуемся теоремой Дайсона.

В результате мы получили уравнение

$$\rho \frac{\partial}{\partial t^2} u^1(x, t) = \frac{\partial}{\partial x_k} \left[\sum_{n,m} \eta \cdot C_{iknm} \frac{\partial u_n^1}{\partial x_m} \right] u^1(x, t) + \Sigma \cdot u^1(x, t) + f(x, t) \quad (3)$$

где Σ - это некоторый ряд, полученный с помощью диаграммной техники. Выбирая в этом ряду несколько первых членов, можно получить соответствующее приближенное решение для u^1 .

Заключение

Мы рассматривали случайно-неоднородную упругую среду с хаотически распределенными в ней порами. В такой среде распределения параметров среды становятся случайными функциями координат.

В работе рассматривались как статические, так и динамические напряжения в среде. Коэффициенты уравнения для динамических деформаций зависят от корреляционных функций параметров среды, а так же содержат тензор статических приложенных деформаций. Это в будущем позволит поставить и решить обратную задачу по определению напряжения среды через измеренные параметры среды.

В перспективе, полученные результаты представляются полезными для прогнозирования землетрясений и анализа нефтяных резервуаров.

ЛИТЕРАТУРА

- Л.Д.Ландау, Е.М.Лифшиц «Теоретическая физика. Том 7. Теория упругости», издание четвертое, Москва «Наука», 1987 г.
 Курьянов Ю.А., Кухаренко Ю.А., Рок В.Е. (2002) Теоретические модели в сейсмоакустике поротрещиноватых упругих сред. М.: Государственный научный центр Российской Федерации - ВНИИгеосистем